

UNIVERSITE DE SFAX

Ecole Supérieure de Commerce

Année Universitaire 2003 / 2004

Auditoire : Troisième Année
Etudes Supérieures Commerciales & Sciences Comptables

DECISIONS FINANCIERES

Série d'exercices N° 2

Choix des investissements en avenir incertain

(Corrigé)

Enseignant : Walid KHOUFI

Exercice n° 1 :

1- Probabilité d'avoir une VAN négative :

$$P [VAN \leq 0] \quad ?$$

$$P [VAN \leq 0] = P \left[Z \leq \frac{0 - E(VAN)}{\sigma(VAN)} \right]$$

$$E(VAN) = 842,250$$

$$\sigma^2(VAN) = \sum_{t=1}^2 \frac{\sigma^2(CFN_t)}{(1+i)^{2t}} = 2070079,275$$

$$\sigma(VAN) = 1438,777$$

$$\Rightarrow P [VAN \leq 0] = P [Z \leq -0,58539] = 1 - P [Z \leq 0,58539] \approx 0,28 = 28\%$$

Il y a 28% de risque pour que la VAN soit négative

2- Probabilité d'avoir un indice de rentabilité supérieure à 2 :

$$P [IR > 2] = P \left[\frac{VAN}{I_0} + 1 > 2 \right] = P \left[\frac{VAN}{I_0} > 1 \right] = P [VAN > I_0] = P \left[Z > \frac{I_0 - E(VAN)}{\sigma(VAN)} \right] = P [Z > 5,67] \approx 0$$

Il n'y a aucune chance que l'indice de rentabilité dépasse 2.

3- Acceptation du projet ?

L'acceptation ou le rejet du projet dépend du degré d'aversion du décideur envers le risque.

Exercice n° 2 : (Pr. Ezeddine ABAOUB)

1- Calcul d'écart-type :

$$\sigma^2 \left(\frac{X}{a} \right) = \frac{1}{a^2} \sigma^2(X) \Rightarrow \sigma \left(\frac{X}{a} \right) = \frac{\sqrt{\sigma^2(X)}}{a}$$

$$\sigma(\text{CFN}_1) = 5,5$$

$$\sigma\left(\frac{\text{CFN}_1}{1+i}\right) = \frac{5,5}{1,1} \Rightarrow \boxed{\sigma\left(\frac{\text{CFN}_1}{1+i}\right) = 5}$$

$$\sigma(\text{CFN}_2) = 8,5569781$$

$$\sigma\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) = \frac{8.5569781}{(1,1)^2} \Rightarrow \boxed{\sigma\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) = 7,072}$$

2- Ecart-type de la Valeur actuelle des cash-flows

$$\sigma(VA) = \sqrt{\sigma^2(VA)}$$

VA _j	P _j
$\frac{11}{1,1} + \frac{0}{1,1^2} = 10$	0.25
$\frac{11}{1,1} + \frac{12,1}{1,1^2} = 20$	0.25
$\frac{22}{1,1} + \frac{12,4}{1,1^2} = 30,248$	0.25
$\frac{22}{1,1} + \frac{24,2}{1,1^2} = 40$	0.25

$$E(VA) = 25,062$$

$$\sigma(VA) = 11,209$$

3- Comparaison du risque calculé et du risque trouvé :

1^{er} Cas : dépendance parfaite

- dépendance parfaite positive : $\rho = 1$

$$\sigma(VA) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) + 2\sigma\left(\frac{\text{CFN}_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 12,072$$

- dépendance parfaite négative : $\rho = -1$

$$\sigma(VA) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right) - 2\sigma\left(\frac{\text{CFN}_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 2,072$$

2^e Cas : indépendance parfaite : $\rho = 0$

$$\sigma(VA) = \sqrt{\sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{\text{CFN}_2}{(1+i)^2}\right)} = 8,661$$

⇒ Donc ni dépendance parfaite ni indépendance parfaite

⇒ Dépendance partielle : $-1 < \rho < 0$

$$0 < \rho < 1$$

4- Coefficient de corrélation :

$$\sigma^2(VA) = \sigma^2\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right) + \sigma^2\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right) + 2\rho\sigma\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\sigma^2(VA) - \sigma^2\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right) - \sigma^2\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)}{2\sigma\left(\frac{CFN_1}{(1+i)}\right)\sigma\left(\frac{CFN_2}{(1+i)^2}\right)} = \frac{125,632 - 5^2 - 7,072^2}{2 \cdot 5 \cdot 7,072} = 0,716$$

⇒ $0 < \rho < 1$ ⇒ On a une dépendance partielle positive

Exercice n° 3 :

I/1- Calcul de E(VAN) et σ (VAN)

$$I_0 = 18.000$$

				VAN_j	P_j	$VAN_j \cdot P_j$				
-18.000	(0.4)	20.000	(0.7)	24.000	(0.2)	22.000	36.545,455	0.056	2046,5455	
			(0.8)	19.000	(0.8)	19.000	34.291,510	0.224	7681,2983	
	(0.6)	25.000	(0.3)	27.000	(0.4)	25.000	41.278,738	0.048	1981,3794	
			(0.6)	20.000	(0.6)	20.000	37.522,164	0.072	2701,5958	
	(0.6)	25.000	(0.5)	(0.4)	25.000	(0.4)	25.000	45.824,192	0.12	5498,9031
				(0.6)	20.000	(0.6)	20.000	42.067,618	0.18	7572,1713
			(0.5)	(0.5)	29.000	(0.5)	26.000	48.228,4	0.15	7234,26
				(0.5)	29.000	(0.5)	22.000	45.223,141	0.15	6783,4711

$$E(VAN) = \sum_{j=1}^8 VAN_j P_j = 41499,624$$

$$\sigma(VAN) = 5032,6577$$

2-Si I_0 est probabilisé

$$E(VAN_2) = 40899,624$$

$$\sigma(VAN_2) = 5173,7456$$

III/

1- $E(VAN_{E+X}) = E(VAN_E) + E(VAN_X) = 414499,624 + 90500 = 131999,624$

2- Non, parce que nous ne disposons pas du degré de dépendance entre X et E

3- $\sigma(VAN) = 9223,1438$

Exercice N° 4:

- Usine de grande capacité (GU)

		$(0,75)$	$(0,25)$	$(0,4)$	$(0,6)$	VAN_j	P_j	$VAN_j \cdot P_j$
-750 ^{MD}	(0,65) 800	1700	150	1100	-1000	1482,5094	0,4875	722,72333
	(0,35)					128,67936	0,1625	20,910396
						70,595685	0,14	9,8833959
	-150					-1763,6256	0,21	-370,36139

$$E(VAN_{GU}) = \sum_{j=1}^4 VAN_{GU_j} P_j = 383,15574^{MD}$$

- Usine de petite capacité avec extension

		$(0,75)$	$(0,25)$	$(0,4)$	$(0,6)$	VAN_j	P_j	$VAN_j \cdot P_j$
-250 ^{MD}	(0,65) 230	1400	210	680	30	1019,5432	0,4875	497,02731
	-180					-19,848895	0,1625	-3,2254455
	(0,35)					362,62992	0,14	50,768189
	20					-205,10525	0,21	-43,072102

$$E(VAN_{PU_{+ext}}) = \sum_{j=1}^4 VAN_{PU_{+ext_j}} P_j = 501,498^{MD}$$

- Usine de petite capacité sans extension

		$(0,75)$	$(0,25)$	$(0,4)$	$(0,6)$	VAN_j	P_j	$VAN_j \cdot P_j$
-250 ^{MD}	(0,65) 230	740	400	680	30	611,29793	0,4875	298,00774
						314,32876	0,1625	51,078424
	(0,35)					362,62992	0,14	50,768189
	20					-205,10525	0,21	-43,072102

$$E(VAN_{PU-ext}) = \sum_{j=1}^4 VAN_{PU-ext,j} P_j = 365,782^{MD}$$

$E(VAN_{PU+ext}) > E(VAN_{GU}) > E(VAN_{PU-ext}) \Rightarrow$ Le choix optimal est celui de l'usine de petite capacité avec extension

Exercice N° 5:

- a- $\sigma_E = 1000$
- b- $\sigma_{E+X} = 721,110$
- c- $\sigma_{E+Y} = 1068,878$
- d- $\sigma_{E+X+Y} = 950$

Décision : investir dans le projet X seulement.

Exercice N°6:

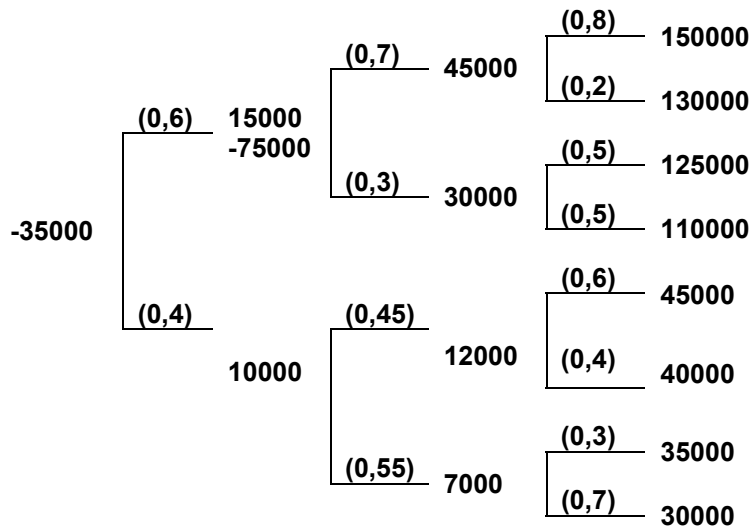
1-Deux projets sont dits mutuellement exclusifs si l'on ne peut pas les acceptés tous les deux en même temps. L'adoption de l'un entraîne automatiquement le rejet de l'autre.

2- Projet X

				VAN_j	P_j	$VAN_j \cdot P_j$			
-100000	(0,6)	30000	(0,7)	40000	(0,8)	150000	73027,799	0,336	24537,34
			(0,2)	100000	35462,059	0,084	2978,8129		
	(0,3)	25000	(0,5)	80000	8039,0684	0,09	723,51615		
			(0,5)	70000	525,92036	0,09	47,332832		
	(0,4)	20000	(0,6)	60000	-18557,476	0,108	-2004,2074		
			(0,45)	22000	(0,4)	50000	-26070,624	0,072	-1877,0849
			(0,3)	40000	-39368,896	0,066	-2598,3471		
			(0,55)	15000	(0,7)	30000	-46882,044	0,154	-7219,8347

$$E(VAN_X) = \sum_{j=1}^8 VAN_{Xj} P_j = 14587,528^{MD}$$

3- Projet Y



4- 2^{ème} Phase du projet Y

VAN_i	P_j	$VAN_i \cdot P_j$
89876,033	0,56	50330,578
73347,107	0,14	10268,595
55578,512	0,15	8336,7769
43181,818	0,15	6477,2727

$$E(VAN_{Y2})_{t=1} = \sum_{j=1}^4 VAN_{Y2j} P_j = 75413,223$$

$$E(VAN_{Y2})_{t=0} = E(VAN_{Y2})_{t=1} \times (1,1)^{-1} = 68557,475$$

5- $E(VAN_Y)$?

(0,6)	15000+75413,223	(0,6)	45000	58099,174	0,27	15686,777	
(0,4)	10000	(0,4)	40000	53966,942	0,18	9714,0496	
		(0,3)	35000	45289,256	0,165	7472,7273	
		(0,7)	30000	41157,025	0,385	15845,455	
						Total	48719,008

$$E(VAN_Y) = -35000 + 0,6 \times \frac{(15000 + 75413,223)}{(1,1)} + 0,4 \times \frac{(48719,008)}{(1,1)} = 32032,306^{MD}$$

6- $E(VAN_Y) > E(VAN_X) \Rightarrow$ Le choix optimal est le projet Y

Exercice N°7:

1- L'arbre de décision :

* Edition de 5000 exemplaires :

t=0	t=1 → 3	P _j	VAN _j	P _j VAN _j
-170000	0,25 450000	0,25	187224,51	46806,127
	0,4 275000	0,4	48303,866	19321,547
	0,35 100000	0,35	-90616,776	-31715,872
				$E(VAN_1) = 34411,802$

* 2500 exemplaires + 2^{ème} édition :

t=0	t=1-2	t=3	P _j	VAN _j	P _j VAN _j
-90000	0,65 200000 80000	0,3846 200000	0,24999	171647,110	42910,060
		0,6154 80000	0,40001	76387,238	30555,659
	0,35	50000	0,35	-50308,388	-17607,936
					$E(VAN_2) = 55857,783$

* 2500 exemplaires sans 2^{ème} édition :

t=0	t=1-2	t=3	P _j	VAN _j	P _j VAN _j
-90000	0,65 200000	0,3846 40000	0,24999	113221,050	28304,130
		0,6154 15000	0,40001	93375,248	37351,033
	0,35	50000	0,35	-50308,388	-17607,936
					$E(VAN_3) = 48047,227$

2/ Le choix optimal consiste à imprimer 2500 exemplaires puis lancer une 2^{ème} édition.